

# Tentamen Discrete Structuren

maandag 26 augustus 2002, 14-17 uur

Elke opgave levert maximaal 9 punten op. Het cijfer is  $(p/8) + 1$ , afgerond op gehele en halve waarden, waarbij  $p$  het totaal aantal behaalde punten is. Er is geen vrijstelling op grond van toetsresultaten.

**NB. Beargumenteer je antwoorden.**

1. Bewijs mbv. een lineair geannoteerd bewijs:

$$(p \wedge (q \rightarrow r)) \leftrightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \wedge r))$$

2. Bewijs met volledige inductie over  $N$ :

$$\sum_{i=0}^n (2i - 1) = n^2 - 1$$

3. Bewijs: het produkt van een rationaal getal en een irrationaal getal is òf 0 òf irrationaal.
4. a. Definieer: propositie  $p$  is een invariant van de loop `while g do S`.  
b. Zij gegeven de loop

```
while m > 0 do  
n := n * (n + m)
```

met  $m, n$  gehele getallen. Geef een voorbeeld van een invariant van de loop. Geef ook een voorbeeld van een propositie die *geen* invariant is van deze loop.

5. Geef een expliciete formule voor  $s_n$ , gegeven door

$$\begin{aligned} s_0 &= 0 \\ s_1 &= 1 \\ s_n &= 5s_{n-1} - 6s_{n-2} \text{ voor } n \geq 2 \end{aligned}$$

6. a. Geef een definitie van het begrip *boom* (tree).  
b. Formuleer en bewijs een stelling over het verband tussen het aantal knopen (vertices) en kanten (edges) van een boom.
7.  $(X, \leq)$  is een partieel geordende verzameling, met  $x, y, z \in X$ . Geef definities (in logische notatie) van de volgende begrippen.
  - a.  $x$  is maximaal element in  $X$ .
  - b.  $x$  is het grootste element van  $X$ .
  - c.  $x$  is bovengrens van  $y$  en  $z$ .
  - d.  $x$  is kleinste bovengrens van  $y$  en  $z$ .

8. Bewijs mbv. een geannoteerd lineair bewijs

$$(\exists x p(x) \rightarrow \forall x q(x)) \Rightarrow \forall x (p(x) \rightarrow q(x))$$